

Spis treści :

1. Liczby rzeczywiste.....	2
2. Procenty.....	3
3. Potęgi.....	4
4. Pierwiastki.....	5
5. Logarytmy.....	6
6. Wzory skróconego mnożenia....	7
7. Funkcja liniowa.....	8
8. Funkcja kwadratowa.....	9
9. Równania.....	10
10. Nierówności.....	11
11. Wielomiany.....	12
12. Ciągi.....	13
13. Trygonometria.....	14
14. Planimetria.....	15
15. Geometria analityczna.....	16
16. Stereometria.....	17
17. Zadania domowe.....	18

1. Liczby rzeczywiste



wszystkie liczby

[2021 Informator CKE, zad.1, 1 pkt]

Wartość wyrażenia $2021: \left(1 - \frac{1}{2022}\right) - \left(1 - \frac{2022}{2021}\right) : \frac{1}{2021}$ jest równa

$$1 = \frac{2022}{2022}$$

srowadzenie do wspólnego mianownika

$$1 - \frac{1}{2022} = \frac{2022}{2022} - \frac{1}{2022} = \frac{2021}{2022}$$

$$1 = \frac{2021}{2021}$$

srowadzenie do wspólnego mianownika

$$1 - \frac{2022}{2021} = \frac{2021}{2021} - \frac{2022}{2021} = -\frac{1}{2021}$$

Całe wyrażenie

$$\frac{2021}{1} : \frac{2021}{2022} - \left(-\frac{1}{2021}\right) : \frac{1}{2021} = \frac{2021}{1} \cdot \frac{2022}{2021} - \left(-\frac{1}{2021}\right) \cdot \frac{2021}{1}$$

$$= 2022 - (-1) = 2022 + 1 = 2023$$

2.Procenty

[Matura 2021 poziom podstawowy 1pkt]

Liczba 78 stanowi 150% liczby c . Wtedy liczba c jest równa

A. 60

B. 52

C. 48

D. 39

$$78 - 150\%$$

$$c - 100\%$$



Liczmy proporcjami, na krzyż

$$78 \cdot 100\% = 150\% \cdot C$$

$$c = \frac{78 \cdot 100\%}{150\%} = 52$$

Odpowiedź C

3. Potęgi

[Matura sierpień 2021 poziom podstawowy 1 pkt]

Liczba $9^{-10} \cdot 3^{19}$ jest równa

A. 27^9

B. 9^{-2}

C. 3^{10}

D. 3^{-1}

$$9 = 3^2$$

Liczbę 9 sprawdzamy do potęgi o podstawie 3

$$(9)^{-10} = (3^2)^{-10} = 3^{-20}$$

Mnożymy potęgi

$$3^{-20} \cdot 3^{19} = 3^{-20+19} = 3^{-1}$$

Liczby, które mają tę samą podstawę a różnią się wykładnikiem potęgi dodajemy jeśli jest mnożenie

Odpowiedź D

4. Pierwiastki


Wartość wyrażenia $\sqrt{2} \cdot (\sqrt{2} - \sqrt{3}) + \sqrt{3} \cdot (\sqrt{2} - \sqrt{3})$ jest równa

A. $5 - 2\sqrt{6}$


B. 5

C. $5 + 2\sqrt{6}$

D. -1


$$\sqrt{2}(\sqrt{2} - \sqrt{3}) = \sqrt{4} - \sqrt{6} = 2 - \sqrt{6}$$

Mnożymy pierwiastek z 2 przez wszystkie wyrażenia w nawiasie


$$\sqrt{3}(\sqrt{2} - \sqrt{3}) = \sqrt{6} - \sqrt{9} = \sqrt{6} - 3$$

Mnożymy pierwiastek z 3 przez wszystkie wyrażenia w nawiasie

$$2 - \sqrt{6} + \sqrt{6} - 3 = -1$$

Końcowe produkty z poszczególnych wyrażeń sumujemy

Redukujemy wyrazy podobne

Odpowiedź D

5. Logarytmy

[Matura sierpień 2023 poziom podstawowy 1 pkt]

Liczba $\log_{25} 1 - \frac{1}{2} + \log_{25} 5$ jest równa

$$\log_a b = c$$

Wzór

$$a^c = b$$

$$\log_{25} 1 = c$$

$$25^c = 1$$

$$c = 0$$

$$\log_{25} 5 = c$$

$$25^c = 5$$

$$(5^2)^c = 5^{-1}$$

$$5^{2c} = 5^1$$

$$2c = 1$$

$$c = \frac{1}{2}$$

$$0 - \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 0$$

Dowolna liczba
podniesioną do potęgi 0
zawsze daje 1

sprowadzamy 25 do
podstawy potęgi 5

Odpowiedź to 0

6. Wzory skróconego mnożenia

$$(a - b)^2 = a^2 - 2 \cdot a \cdot b + b^2$$

Wzory

$$(a + b)^2 = a^2 + 2 \cdot a \cdot b + b^2$$

[Matura czerwiec 2023 poziom podstawowy 1 pkt]

$$\sqrt{5} = 5 !$$

Liczba $(1 + \sqrt{5})^2 - (1 - \sqrt{5})^2$ jest równa

A. 0

B. (-10)

C. $4\sqrt{5}$

D. $2 + 2\sqrt{5}$

$$(1 + \sqrt{5})^2 = 1^2 + 2 \cdot 1 \cdot \sqrt{5} + \sqrt{5}^2 = 1 + 2\sqrt{5} + 5 = 6 + 2\sqrt{5}$$

wzór na kwadrat sumy

$$(1 - \sqrt{5})^2 = 1^2 - 2 \cdot 1 \cdot \sqrt{5} + \sqrt{5}^2 = 1 - 2\sqrt{5} + 5 = 6 - 2\sqrt{5}$$

wzór na kwadrat różnicy

$$6 + 2\sqrt{5} - (6 - 2\sqrt{5}) = 6 + 2\sqrt{5} - 6 + 2\sqrt{5} = 4\sqrt{5}$$

Minus przed nawiasem !

Pamiętaj o zmianie znaku w każdym wyrażeniu w nawiasie !

Odpowiedź C

7. Funkcja liniowa

[Matura maj 2016 poziom podstawowy 1pkt]

Miejsce zerowe to argument dla którego wartość wynosi 0

Dana jest funkcja liniowa $f(x) = \frac{3}{4}x + 6$. Miejscem zerowym tej funkcji jest liczba

A. 8

B. 6

C. -6

D. -8

$$0 = \frac{3}{4}x + 6$$

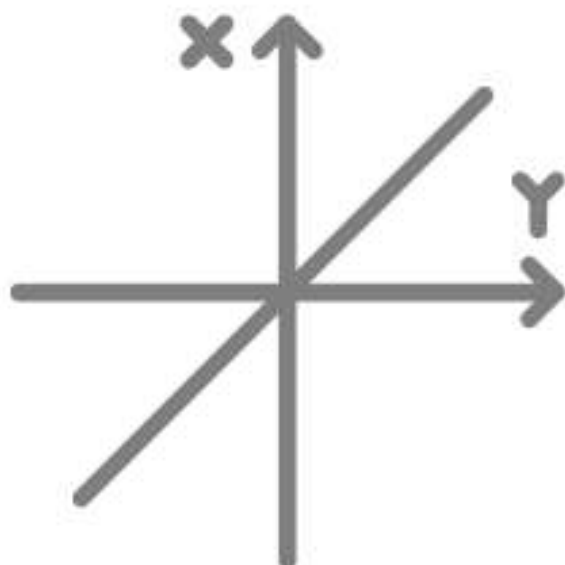
zamiast y dajemy 0

$$-6 = \frac{3}{4}x$$

$$-6 : \frac{3}{4} = x$$

$$x = -\frac{6}{1} \cdot \frac{4}{3} = -\frac{24}{3} = -8$$

Odpowiedź D



8. Funkcja kwadratowa

[Matura sierpień 2018 poziom podstawowy 1pkt]

Funkcja kwadratowa $f(x) = -3(x - 2)(x - 9)$. Liczby x_1, x_2 są różnymi miejscami zerowymi funkcji f . Zatem :

A. $x_1 + x_2 = 11$ B. $x_1 + x_2 = -11$ C. $x_1 + x_2 = 33$ D. $x_1 + x_2 = -33$

$$-3(x - 2)(x - 9)$$

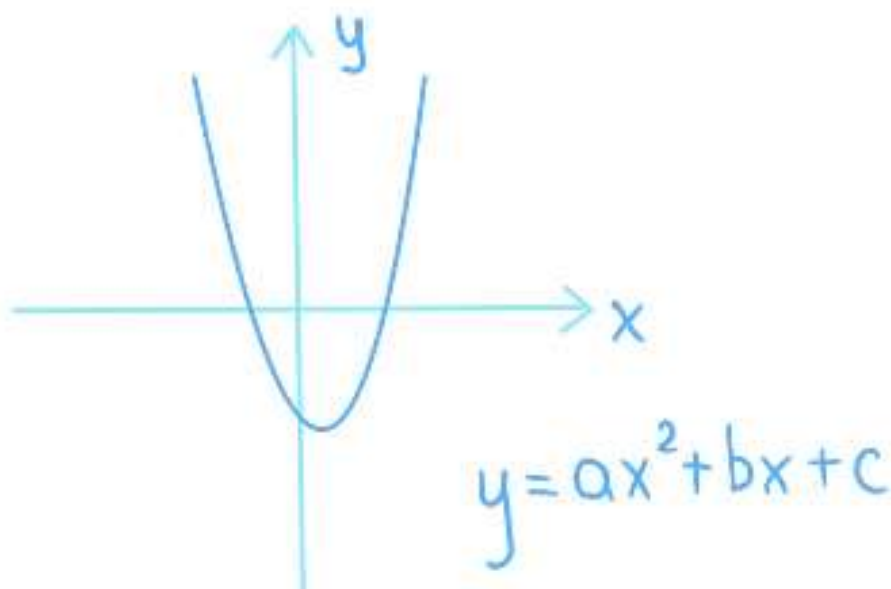
$$\begin{aligned} x - 2 &= 0 \\ x &= 2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x - 9 &= 0 \\ x &= 9 \end{aligned}$$

Postać iloczynowa
funkcji kwadratowej

$$x_1 + x_2 = 2 + 9 = 11$$

Odpowiedź A



9. Równania

Równanie $\frac{x^2-4}{(x-4)(x+4)} = 0$

Założenie

$$x - 4 \neq 0$$

$$x + 4 \neq 0$$

$$x \neq 4$$

$$x \neq -4$$

$$D : x \in R - \{-4, 4\}$$

$$\frac{x^2 - 4}{(x - 4)(x + 4)} = 0$$

Mnożenie przez
mianownik

$$x^2 - 4 = 0$$

$$x^2 = 4$$

$$x = 2$$

$$x = -2$$

Cokolwiek
przemnożone przez 0
zawsze daje 0
więc zostaje tylko
licznik

Sprawdzamy czy liczby,
które wyszły mieszczą
się w dziedzinie

Odpowiedź
to 2 i -2

10. Nierówności

Dana jest nierówność:

$$|x - 3| \geq 5$$



Rozpatrzmy
dwa przypadki

$$\begin{aligned}x - 3 &\geq 5 \\ x &\geq 8\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}x - 3 &\leq -5 \\ x &\leq -2\end{aligned}$$

Przenosimy liczby na
prawą stronę



Odpowiedź $x : (\infty, -2], [8, +\infty)$



Pamiętaj o znakach !

Kółeczko zamalowane, jeśli znak większe
bądź równe lub mniejsze bądź równe

Kółeczko Puste, jeśli znak większe lub
mniejsze

11. Wielomiany

$$x^3 + 3x^2 - 4x - 12 = 0$$

Dzielimy na dwie grupy

$$\underline{x^3 + 3x^2} - \underline{4x - 12} = 0$$

$$x^2(x + 3) - 4(x + 3) = 0$$

$$(x^2 - 4)(x + 3) = 0$$

$$x^2 - 4 = 0$$

$$x + 3 = 0$$

$$\underline{x = -3}$$

Wyciągamy przed nawias to co się powtarza w każdej grupie

$$x^2 = 4$$

$$\underline{x = 2}$$

$$\underline{x = -2}$$

Odpowiedź
trzy rozwiązania
-3,-2,2

12. Ciągi

[Matura sierpień 2017 poziom podstawowy 1 pkt]

Dany jest trzywyrazowy ciąg geometryczny o wyrazach dodatnich: $(81, 3x, 4)$. Stąd wynika, że

A. $x = 18$

B. $x = 6$

C. $x = \frac{85}{6}$

D. $x = \frac{6}{85}$

$$a_2^2 = a_1 \cdot a_3 \quad \text{Wzór}$$

$$(3x)^2 = 81 \cdot 4$$

$$9x^2 = 324$$

$$x^2 = 36$$

$$x = 6$$

$$x = -6$$

Wybieramy odpowiedź 6 bo w poleceniu było napisane, że wartości dodatnie

Odpowiedź B

13. Trygonometria

[Matura sierpień 2010 poziom podstawowy 1pkt]

Kąt α jest ostry i $\cos \alpha = \frac{3}{4}$. Wtedy $\sin \alpha$ jest równy.

A. $\frac{1}{4}$

B. $\frac{\sqrt{3}}{4}$

C. $\frac{\sqrt{7}}{4}$

D. $\frac{7}{16}$

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\sin^2 \alpha + \left(\frac{3}{4}\right)^2 = 1$$

$$\sin^2 \alpha + \frac{9}{16} = 1$$

$$\sin^2 \alpha = 1 - \frac{9}{16}$$

$$\sin^2 \alpha = \frac{16}{16} - \frac{9}{16} = \frac{7}{16}$$

$$\sin \alpha = \frac{\sqrt{7}}{4}$$

Wzór na jedynkę trygonometryczną

Za cosinus wstawiamy jego wartość z polecenia

Odpowiedź C

15. Geometria analityczna

W układzie współrzędnych dane są punkty $A=(a,6)$ oraz $B=(7,b)$.

Środkiem odcinka AB jest punkt $M=(3,4)$. Wynika stąd, że:

A. $a=5$ i $b=5$ B. $a=-1$ i $b=2$ C. $a=4$ i $b=10$ D. $a=-4$ i $b=-2$

Wzór na środek odcinka

$$S_x = \frac{x_1 + x_2}{2}$$

$$S_y = \frac{y_1 + y_2}{2}$$

Dane

$$S_x = 3$$

$$x_1 = a$$

$$x_2 = 7$$

$$S_y = 4$$

$$y_1 = 6$$

$$y_2 = b$$

$$3 = \frac{a + 7}{2}$$

$$6 = a + 7$$

$$a = -1$$

$$4 = \frac{6 + b}{2}$$

$$8 = 6 + b$$

$$b = 2$$

Odpowiedź B

Zadania domowe

1. Oblicz $\frac{2^5 \cdot 8^6 \cdot 9^2}{81^2 \cdot 4^5}$
2. Oblicz $2 \log_3 6 - \log_3 4$
3. Rozwiąż $3x - 5(2 - 2x) \leq 2x + 6$
4. Rozwiąż $(\sqrt{2} + 3)^2$
5. Rozwiąż $12x^2 + 6x - 36x - 18 = 0$
6. Rozwiąż $2\sqrt{12} - 6\sqrt{3} + \sqrt{27}$
7. Wiedząc, że $\sin \alpha = \frac{2}{3}$ Oblicz \cos
8. Oblicz objętość sześcianu o boku równym 5 cm
9. Oblicz środek odcinka jeśli A(3,4) B(5,-1)
10. Oblicz jaką miarę ma najmniejszy kąt wiedząc, że stosunek kątów wynosi 1:2:3